第1問

問1　$P = \dfrac{11}{3}$，$Q = \sqrt{14}$ とする。P と Q の大小は

$$P \boxed{\quad 1 \quad} Q$$

である。ただし，$\boxed{\quad 1 \quad}$ は，次の選択肢の中から一つ選べ。

1　$>$	2　$<$	3　$=$

問2　$R = \left(\sqrt{6} + \sqrt{21} - 7\right)\left(\sqrt{6} + \sqrt{21} + 7\right)$ とする。
展開し整理すると

$$R = \boxed{\quad 2 \quad}\sqrt{14} - \boxed{\quad 3,\ 4 \quad}$$

となる。

問 3　$S = \dfrac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{21} + 7}$ とする。

分母を有理化すると

$$S = \frac{\boxed{5,\ 6}\sqrt{21} - \boxed{7,\ 8}\sqrt{14} + \boxed{9,\ 10}\sqrt{6} - \boxed{11,\ 12}}{10}$$

となる。

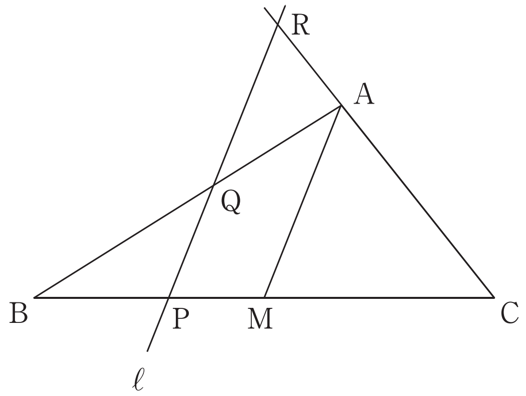
問 4　$T = \sqrt{6} + \sqrt{21}$ の小数部分を U とすると，U は

$$(U^2 + 14U + 22)^2 = \boxed{13,\ 14,\ 15}$$

をみたす。

第2問

三角形ABCは，AB = 3，BC = 4，CA = 2をみたすとする。辺BCの中点をM，$\angle \mathrm{BCA} = \theta$とする。また，AMに平行な直線を$\ell$とし，$\ell$が線分BM（両端を除く）と点Pで交わっているとし，ℓと直線AB, ACとの交点をそれぞれQ, Rとする。三角形ABCの面積をSとし, BP = x ($0 < x < 2$) とする。



参考図

問1　三角形ABCに余弦定理を用いることにより

$$\cos\theta = \frac{\boxed{16,\ 17}}{\boxed{18,\ 19}}$$

である。また

$$S = \frac{\boxed{20}\sqrt{\boxed{21,\ 22}}}{\boxed{23}}$$

である。

問2　三角形BPQの面積をT，三角形AQRの面積をUとすると

$$T = \frac{S}{\boxed{24}}x^2 \qquad U = \frac{S}{\boxed{25}}\left(\boxed{26} - x\right)^2$$

である。

問3　Pが線分BM上を動くとき，**問2**のT，Uに対し，$T + U$は最小値$\dfrac{\sqrt{\boxed{27,\ 28}}}{\boxed{29}}$をとり，

そのときのxの値は$\dfrac{\boxed{30}}{\boxed{31}}$である。

第３問

0，1，2，3，4，5，6，7，8，9の10個の整数から異なる4個を選んで一列に並べることにより，4桁の正の整数Nを作る。

問１　Nは全部で $\boxed{32,\ 33,\ 34,\ 35}$ 個……① できる。

問２　4桁の正の整数はa，b，c，dを整数（ただし，$a \neq 0$，b，c，dは0以上9以下）として

$$1000a + 100b + 10c + d = 3(333a + 33b + 3c) + a + b + c + d$$

と表される。

また，10個の整数を3つの集合R_0，R_1，R_2に

$$R_0 = \{0,\ 3,\ 6,\ 9\},\ R_1 = \{1,\ 4,\ 7\},\ R_2 = \{2,\ 5,\ 8\}$$

のように分ける。

（ⅰ）R_0から異なる4個を選んで作られる4桁の整数は $\boxed{36,\ 37}$ 個ある。

また，R_0から1個，R_1から3個を選んで作られる4桁の整数は $\boxed{38,\ 39}$ 個ある。

（ⅱ）①のうち，3の倍数は全部で $\boxed{40,\ 41,\ 42,\ 43}$ 個ある。

問３　Nが5の倍数になるとき，整数5を選んだ確率は $\dfrac{\boxed{44,\ 45}}{\boxed{46,\ 47}}$ である。

第４問

正の整数Nは，５で割ると１余り，19で割ると３余り，23で割ると３余る。５，19，23で割ったときの商をそれぞれx，y，zとするとき

$$N = 5x + 1 = 19y + 3 = 23z + 3 \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

が成り立つ。

問１　①から

$$5x - 19y = 2 \qquad \cdots\cdots\cdots ②$$

が成り立つ。

②をみたす組（x，y）のうち，xが正で最小のものは

$$(x,\ y) = \left(\boxed{48},\ \boxed{49}\right)$$

であり，②をみたすすべての組は

$$(x,\ y) = \left(19p + \boxed{48},\ 5p + \boxed{49}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots ③$$

と表される。ただし，pは整数である。

問２　①から$19y = 23z$　………④である。④をみたすすべての組（y，z）は

$$(y,\ z) = (23q,\ 19q) \qquad \cdots\cdots\cdots ⑤$$

と表される。ただし，qは整数である。

よって，③，⑤から$23q - 5p = \boxed{50}$　………⑥となる。⑥をみたす組（p，q）のうちpが正で最小のものは

$$(p,\ q) = \left(\boxed{51,\ 52},\ \boxed{53}\right)$$

であり，⑥をみたすすべての組は

$$(p,\ q) = \left(\boxed{54,\ 55}\,r + \boxed{51,\ 52},\ \boxed{56}\,r + \boxed{53}\right)$$

と表される。ただし，rは整数である。

問３　Nをrで表すことにより，Nを$5 \times 19 \times 23$で割ったときの余りは$\boxed{57,\ 58,\ 59,\ 60}$であることがわかる。