

第 1 問

S さんはバスケットボールの選手であり、1 回のシュートにおいて確率 p で成功するという。ある試合で S さんは 4 回シュートをした。

問 1 $p = \frac{1}{3}$ とする。S さんが 4 回目で初めてシュートを成功させる確率は $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2, 3}}$ である。

問 2 $p = \frac{1}{2}$ とする。S さんが「4 回のシュートのうち少なくとも 1 回成功させる」とき、4 回目に初めてシュートを成功させる条件付き確率は $\frac{\boxed{4}}{\boxed{5, 6}}$ である。

問 3 $p = \frac{1}{4}$ とする。S さんが「4 回のシュートのうち少なくとも 1 回成功させる」とき、S さんが 2 回目に初めてシュートを成功させる条件付き確率は $\frac{\boxed{7, 8}}{\boxed{9, 10, 11}}$ である。

第2問

xy 平面上の4点 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right), \left(\frac{5}{2}, 0\right), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ を頂点とする長方形の周および内部を A とする。また, $0 \leq t \leq 2$ をみたす t に対し, 4点 $\left(t - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}\right), \left(t + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}\right), \left(t + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}\right), \left(t - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}\right)$ を頂点とする正方形の周および内部を B とする。この正方形の対角線の交点 $\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$ が放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上を動くとき, A と B の共通部分の面積を $S(t)$ とする。

問1 $S\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}}$ である。

問2 $S(t)$ を t で表すと

$$S(t) = \begin{cases} \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}}t^2 + \frac{\boxed{16}}{\boxed{17}} & \left(0 \leq t \leq \boxed{18}\right) \\ \boxed{19} & \left(\boxed{18} < t \leq \sqrt{\boxed{20}}\right) \\ \frac{\boxed{21}, \boxed{22}}{\boxed{23}}t^2 + \frac{\boxed{24}}{\boxed{25}} & \left(\sqrt{\boxed{20}} < t \leq 2\right) \end{cases}$$

である。

問3 $S(t)$ が最大値をとるような t の値の範囲は $\boxed{26} \leq t \leq \sqrt{\boxed{27}}$ である。

問4 $p > 0$ とする。 $0 \leq t \leq p$ における $S(t)$ の最大値が $S(p)$ であるような p の値の範囲は

$\boxed{28} < p \leq \sqrt{\boxed{29}}$ である。

第3問

半径1の円に内接する四角形ABCDを考える。 $AB = \sqrt{2}$, $\angle ADC = 75^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$ とする。

問1 $\angle BCD = \boxed{30, 31}^\circ$, $\angle ADB = \boxed{32, 33}^\circ$, $BC = \boxed{34}$ である。

問2 $AD = x$ とすると, x は

$$x^2 + \sqrt{\boxed{35}}x - \boxed{36} = 0 \quad \text{をみたす。}$$

したがって, $AD = \frac{\sqrt{\boxed{37}} - \sqrt{\boxed{38}}}{\boxed{39}}$ である。

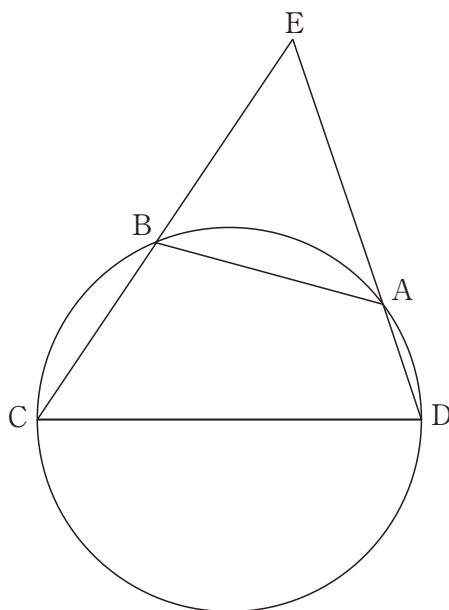
問3 四角形ABCDの面積は $\frac{\boxed{40}}{\boxed{42}} + \sqrt{\frac{\boxed{41}}{\boxed{42}}}$ である。

問4 直線BCと直線ADの交点をEとする。このとき, 三角形EABの面積は $\boxed{43}$ 。

$\boxed{43}$ については下の解答群から一つ選べ。

$\boxed{43}$ の解答群

- 1 四角形ABCDの面積より大きい
- 2 四角形ABCDの面積より小さい
- 3 四角形ABCDの面積に等しい



参考図

第4問

問1 2024 を素因数分解すると

$$2024 = 2 \boxed{44} \times 11 \times \boxed{45, 46}$$

である。

問2 不定方程式 $2024x - 19y = 1$

の整数解 (x, y) の中で x の絶対値 $|x|$ が最小となるものは $(x, y) = (\boxed{47}, \boxed{48, 49, 50})$ であり、すべての整数解は k を整数として

$$x = 19k + \boxed{47}, \quad y = 2024k + \boxed{48, 49, 50}$$

と表される。

問3 不定方程式 $506p - 19q = 2$

のすべての整数解は、 ℓ を整数として

$$p = 19\ell - \boxed{51}, \quad q = 506\ell - 80$$

と表される。したがって、 p が平方数となるような最小の整数 ℓ の値は $\ell = \boxed{52}$ である。
ただし、平方数とは、ある整数 m を用いて m^2 と表される数のことである。

問4 2024 の倍数で、19 で割ると 1 余る自然数のうち、平方数となる最小のものは

$2024 \times \boxed{53, 54, 55, 56}$ である。