第１問

（1）　$\sqrt{12-2\sqrt{35}}=\sqrt{\boxed{\;1\;}}-\sqrt{\boxed{\;2\;}}$，$\sqrt{16+6\sqrt{7}}=\boxed{\;3\;}+\sqrt{\boxed{\;4\;}}$

である。

（2）　$A=\dfrac{\sqrt{6+\sqrt{35}}+\sqrt{6-\sqrt{35}}}{\sqrt{8+3\sqrt{7}}-\sqrt{8-3\sqrt{7}}}$ とする。

（1）の結果を利用して A を計算すると

$$A=\boxed{\;5\;}$$

となる。

（3） $B = \dfrac{\left(\sqrt{6+\sqrt{35}}\right)^3 + \left(\sqrt{6-\sqrt{35}}\right)^3}{\left(\sqrt{8+3\sqrt{7}}\right)^3 - \left(\sqrt{8-3\sqrt{7}}\right)^3}$ とする。

$$\left(\sqrt{6+\sqrt{35}}\right)^3 = \frac{\boxed{\text{6, 7}}\sqrt{7} + \boxed{\text{8, 9}}\sqrt{5}}{\sqrt{\boxed{\text{10}}}}$$

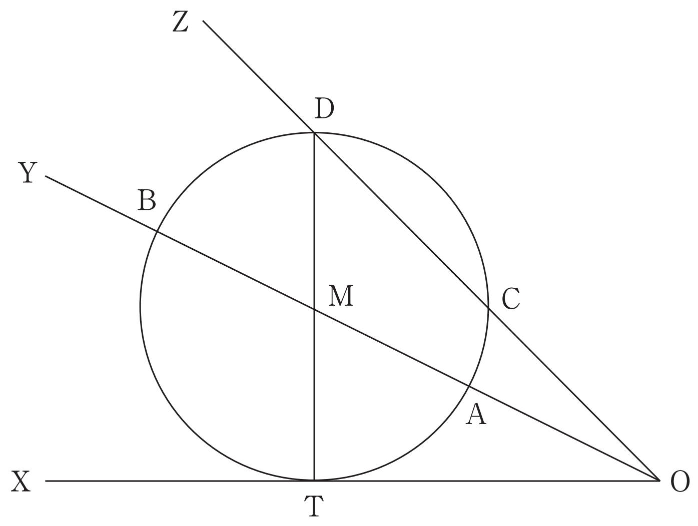
などを用いることにより

$$B = \frac{\boxed{\text{11, 12}}}{\boxed{\text{13, 14}}}$$

である。

第2問

点 M を中心とする半径 r（ただし $r > 0$）の円に，半直線 OX が点 T において接している。
また, 半直線 OY は点 M を通り，2 点 A, B においてこの円と交わっている。ただし OA < OB とする。
さらに，半直線 OZ は 2 点 C，D においてこの円と交わっており，点 D は直線 TM 上にあるとする。
線分 OT の長さが 3 であるとき，次の問いに答えよ。



参考図

（1） OA・OB = $\boxed{15}$， OC・OD = $\boxed{16}$ である。

（2） 三角形 ATM が正三角形であるとき，$r = \sqrt{\boxed{17}}$ であり，

線分 OC の長さは $\dfrac{\boxed{18}\sqrt{\boxed{19, 20}}}{\boxed{21}}$ である。

また，三角形 OAT の面積は $\dfrac{\boxed{22}\sqrt{\boxed{23}}}{\boxed{24}}$ である。

（3） 線分 OA の長さが 2 のとき，$r = \dfrac{\boxed{25}}{\boxed{26}}$ であり，三角形 OAT の面積は $\dfrac{\boxed{27, 28}}{\boxed{29, 30}}$ である。

第３問

n，k を $n \leqq k$ をみたす正の整数とする。
n 人で種類の異なるお菓子 k 個を分けるとき，n 人のそれぞれに少なくとも１個ずつ分け与えるような分け方の総数を $f(n, k)$ とする。

（１） $n = 4$，$k = 5$ のとき，お菓子を１個も貰えない者がいてもよいとすると，分け方は全部で $\boxed{31,\ 32,\ 33,\ 34}$ 通りある。

（２） $f(2,5) = \boxed{35,\ 36}$，$f(3,5) = \boxed{37,\ 38,\ 39}$ である。

（３） $n = 4$，$k = 5$ のとき，４人のうち１人のみに与える，２人のみに与える，３人のみに与える，の各場合について考えることにより

$$f(4,5) = \boxed{40,\ 41,\ 42}$$

である。

（４） $n = 4$ のとき，$k \geqq 4$ をみたす整数 k に対し

$$f(4,\ k) = 4^k - \boxed{43} \cdot 3^k + \boxed{44} \cdot 2^k - \boxed{45}$$

である。

第４問

（１） 10000を33で割ると，商は $\boxed{46,\ 47,\ 48}$，余りは $\boxed{49}$ である。

（２） 方程式

$$33x + 10000y = 1 \quad \cdots\cdots①$$

をみたす整数の組（x，y）のうち，$|x|$ が最小となる組（x，y）は

$$(x,\ y) = \left(-\boxed{50,\ 51,\ 52},\ \boxed{53}\right)$$

であり，①をみたすすべての整数の組（x，y）は，k を任意の整数として

$$(x,\ y) = \left(10000k - \boxed{50,\ 51,\ 52},\ -33k + \boxed{53}\right)$$

と表される。

（３） 方程式

$$33x + 10000y = 2022$$

をみたし，かつ，$y \leqq -1$ をみたす最大の y の値は $\boxed{54,\ 55,\ 56}$ である。

（４） 33にある正の整数 n をかけることによって，下４桁が2022である正の整数を作ることができる。このような n のうち最小の n の値は $n = \boxed{57,\ 58,\ 59,\ 60}$ である。