

## 第1問

(1)  $\sqrt{12 - 2\sqrt{35}} = \sqrt{\boxed{1}} - \sqrt{\boxed{2}}$ ,  $\sqrt{16 + 6\sqrt{7}} = \boxed{3} + \sqrt{\boxed{4}}$   
である。

(2)  $A = \frac{\sqrt{6 + \sqrt{35}} + \sqrt{6 - \sqrt{35}}}{\sqrt{8 + 3\sqrt{7}} - \sqrt{8 - 3\sqrt{7}}}$  とする。

(1) の結果を利用して  $A$  を計算すると

$$A = \boxed{5}$$

となる。

$$(3) \quad B = \frac{(\sqrt{6 + \sqrt{35}})^3 + (\sqrt{6 - \sqrt{35}})^3}{(\sqrt{8 + 3\sqrt{7}})^3 - (\sqrt{8 - 3\sqrt{7}})^3} \text{ とする。}$$

$$(\sqrt{6 + \sqrt{35}})^3 = \frac{\boxed{6, 7} \sqrt{7} + \boxed{8, 9} \sqrt{5}}{\sqrt{\boxed{10}}}$$

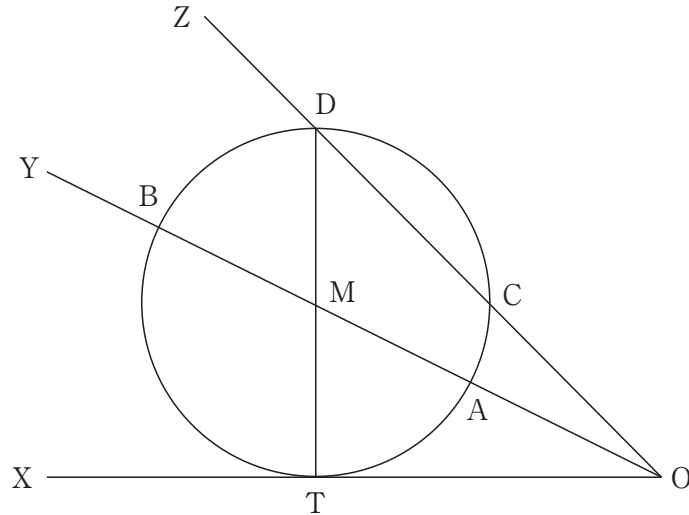
などを用いることにより

$$B = \frac{\boxed{11, 12}}{\boxed{13, 14}}$$

である。

## 第2問

点  $M$  を中心とする半径  $r$  (ただし  $r > 0$ ) の円に, 半直線  $OX$  が点  $T$  において接している。  
 また, 半直線  $OY$  は点  $M$  を通り, 2 点  $A, B$  においてこの円と交わっている。ただし  $OA < OB$  とする。  
 さらに, 半直線  $OZ$  は 2 点  $C, D$  においてこの円と交わっており, 点  $D$  は直線  $TM$  上にあるとする。  
 線分  $OT$  の長さが 3 であるとき, 次の問いに答えよ。



参考図

(1)  $OA \cdot OB = \boxed{15}$ ,  $OC \cdot OD = \boxed{16}$  である。

(2) 三角形  $ATM$  が正三角形であるとき,  $r = \sqrt{\boxed{17}}$  であり,

線分  $OC$  の長さは  $\frac{\boxed{18} \sqrt{\boxed{19, 20}}}{\boxed{21}}$  である。

また, 三角形  $OAT$  の面積は  $\frac{\boxed{22} \sqrt{\boxed{23}}}{\boxed{24}}$  である。

(3) 線分  $OA$  の長さが 2 のとき,  $r = \frac{\boxed{25}}{\boxed{26}}$  であり, 三角形  $OAT$  の面積は  $\frac{\boxed{27, 28}}{\boxed{29, 30}}$  である。

### 第3問

$n, k$  を  $n \leq k$  をみたす正の整数とする。

$n$  人で種類の異なるお菓子  $k$  個を分けるとき、 $n$  人のそれぞれに少なくとも1個ずつ分け与えるような分け方の総数を  $f(n, k)$  とする。

(1)  $n = 4, k = 5$  のとき、お菓子を1個も貰えない者がいてもよいとすると、分け方は全部で  $\boxed{31, 32, 33, 34}$  通りある。

(2)  $f(2, 5) = \boxed{35, 36}$ ,  $f(3, 5) = \boxed{37, 38, 39}$  である。

(3)  $n = 4, k = 5$  のとき、4人のうち1人のみに与える、2人のみに与える、3人のみに与える、の各場合について考えることにより

$$f(4, 5) = \boxed{40, 41, 42}$$

である。

(4)  $n = 4$  のとき、 $k \geq 4$  をみたす整数  $k$  に対し

$$f(4, k) = 4^k - \boxed{43} \cdot 3^k + \boxed{44} \cdot 2^k - \boxed{45}$$

である。

## 第4問

(1) 10000を33で割ると、商は  $\boxed{46, 47, 48}$  , 余りは  $\boxed{49}$  である。

(2) 方程式

$$33x + 10000y = 1 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

をみたす整数の組  $(x, y)$  のうち、 $|x|$  が最小となる組  $(x, y)$  は

$$(x, y) = \left( -\boxed{50, 51, 52}, \boxed{53} \right)$$

であり、 $\textcircled{1}$ をみたすすべての整数の組  $(x, y)$  は、 $k$  を任意の整数として

$$(x, y) = \left( 10000k - \boxed{50, 51, 52}, -33k + \boxed{53} \right)$$

と表される。

(3) 方程式

$$33x + 10000y = 2022$$

をみたし、かつ、 $y \leq -1$  をみたす最大の  $y$  の値は  $\boxed{54, 55, 56}$  である。

(4) 33にある正の整数  $n$  をかけることによって、下4桁が2022である正の整数を作ることができる。このような  $n$  のうち最小の  $n$  の値は  $n = \boxed{57, 58, 59, 60}$  である。